

Calcul de l'intégrale de Cauchy $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$ (4)

Patrice Lassère¹

¹, Université Paul Sabatier, Toulouse

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ Calcul de l'intégrale de Cauchy $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$ (4)

Soient $f(x) = \int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t+x} dt$, $g(x) = \int_0^\infty \frac{e^{-xt}}{t^2+1} dt$.

⇨ Montrer que $f, g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^*)$ (pour f , on pourra commencer par montrer que $f(x) = \int_0^\infty \frac{1-\cos(t)}{(t+x)^2} dt$).

⇨ Montrer que f et g sont solutions de l'équation différentielle $y'' + y = 1/x$.

⇨ En déduire que $f - g$ est 2π -périodique (sur son domaine de définition).

⇨ Montrer que f et g sont équivalentes à $1/x$ en $+\infty$ puis, que $f = g$.

⇨ En déduire la valeur que $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$.

Références