Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

On considère le plan $\mathcal{P}$ représenté paramétriquement par :

$$\begin{cases} x &= 2+\lambda-\mu \\ y &= 3-\lambda+2\mu \quad (\lambda,\mu)\in\mathbb{R}^2 \\ z &= 1+2\lambda+\mu \end{cases}$$

1. *Donner une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$.*
2. *Déterminer la distance du point $A\left|\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}\right.$ au plan $\mathcal{P}$.*
3. *Donner une équation cartésienne de la droite passant par le point A et perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.*

Solution :

1. *Le plan passe par le point $\Omega\left|\begin{matrix}2\\3\\1\end{matrix}\right.$ et est dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{u}\left|\begin{matrix}1\\-1\\2\end{matrix}\right.$, $\overrightarrow{v}\left|\begin{matrix}-1\\2\\1\end{matrix}\right.$. Le vecteur $\overrightarrow{n}=\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{v}\left|\begin{matrix}-5\\-3\\1\end{matrix}\right.$ est normal au plan. L'équation cartésienne est donc de la forme $-5x-3y+z+c=0$. Puisque $\Omega\in\mathcal{P}$, on trouve que $c=18$, et donc*

$$\boxed{\mathcal{P}:\ -5x-3y+z+18=0}$$

2. *Utilisons la formule du cours :*

$$d(A,\mathcal{P})=\frac{|-5-3+1+18|}{\sqrt{5^2+3^2+1^2}}=\frac{11}{\sqrt{35}}$$

3. *La droite est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}$ d'où une équation paramétrique :*

$$\begin{cases} x & = 1 - 5\lambda \\ y & = 1 - 3\lambda \\ z & = 1 + \lambda \end{cases}$$

En éliminant le paramètre, on obtient une équation cartésienne :

$$\begin{cases} x + 5z - 2 & = 0 \\ y + 3z - 4 & = 0 \end{cases}$$

Références