Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

30 juin 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Calculer :

1. *La distance du point* $A(1,2,1)$ *au plan* $\mathscr{P}\ : x-2y+3z=1$.
2. *La distance du point* $B(1,2,-1)$ *à la droite* $\mathscr{D}$ *paramétrée par* $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=2t \end{cases}$ *avec* $t\in\mathbb{R}$.
3. *La distance du point* $C(1,0,2)$ *à la droite* Δ *définie par* $\begin{cases} 2x-y+z=1 \\ x-y+z=-1 \end{cases}$
4. *Déterminer la distance entre les droites* $\mathscr{D}$ *et* $\mathscr{D}'$ *d'équations respectives :* $\begin{cases} -x+y-z=1 \\ x-y+2z=1 \end{cases}$ *et* $\begin{cases} 2x-y-z=0 \\ -x-2y+3z=0 \end{cases}$

Solution :

1. $d\left(A,\mathscr{P}\right)=\dfrac{|1\times 1-2\times 1+3\times 1-1|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\boxed{\dfrac{1}{\sqrt{14}}}$
2. *Un vecteur directeur de* $\mathscr{D}$ *est :* $\overrightarrow{u}\begin{vmatrix}3\\-1\\2\end{vmatrix}$ *et un point de* $\mathscr{D}$ *est :* $M\begin{vmatrix}1\\2\\0\end{vmatrix}$. *Par conséquent :*

   $d\left(B,\mathscr{D}\right)=\dfrac{\left\|\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{BM}\right\|}{\|\overrightarrow{u}\|}=\boxed{\sqrt{\dfrac{5}{7}}}$.
3. *Un vecteur directeur de* Δ *est :* $\overrightarrow{u}=\begin{vmatrix}2\\-1\\1\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}1\\-1\\1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0\\-1\\-1\end{vmatrix}$ *et un point de* Δ *est :* $M\begin{vmatrix}2\\0\\-3\end{vmatrix}$. *Par conséquent :* $d\left(C,\mathscr{D}\right)=\dfrac{\left\|\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{CM}\right\|}{\|\overrightarrow{u}\|}=\boxed{\sqrt{\dfrac{27}{2}}}$.

4. Un vecteur directeur de $\mathscr{D}$ *est* $\overrightarrow{u} = \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ *et un vecteur directeur de* $\mathscr{D}'$ *est* $\overrightarrow{\overrightarrow{u}'} = \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 \\ -5 \\ -5 \end{vmatrix}$ *ou mieux :* $\overrightarrow{u'} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$. *Un point de* $\mathscr{D}$ *est* $M \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$ *et un point de* $\mathscr{D}'$ *est* $M' \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$, *par conséquent, comme* $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u'} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}$: $d(\mathscr{D}, \mathscr{D}') = \dfrac{\left|\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u'}, \overrightarrow{MM'}\right)\right|}{\left\|\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u'}\right\|} = \boxed{\dfrac{3\sqrt{2}}{2}}$.

Références