

# Topologie dans $M_n(\mathbb{R})$ : l'adhérence de $\mathcal{D}_n(\mathbb{R})$

Patrice Lassère<sup>1</sup>

<sup>1</sup>, Université Paul Sabatier, Toulouse

1<sup>er</sup> février 2023

**Exercice 0.1** ★ **Topologie dans  $M_n(\mathbb{R})$  : l'adhérence de  $\mathcal{D}_n(\mathbb{R})$**

[1]-1999.

①

Soit  $P \in \mathbb{R}[X]$  un polynôme unitaire. Montrer que  $P$  est scindé dans  $\mathbb{R}[X]$  si, et seulement si

$$\forall z \in \mathbb{C} \quad : \quad |P(z)| \geq |\operatorname{Im}(z)|^{\deg(P)}. (\star)$$

②

Soit  $(A_k)_k \in M_n(\mathbb{R})$  une suite convergente de matrices trigonalisables sur  $\mathbb{R}$ . Montrer que  $A := \lim_k A_k$  est trigonalisable.

③

En déduire l'adhérence dans  $M_n(\mathbb{R})$  de l'ensemble des matrices diagonalisables.

## Références

- [1] Revue de Mathématiques Supérieure (RMS). e.net et anciennement Vuibert, <http://www.rms-math.com/>.