

# Une famille totale dans $l^2(\mathbb{N})$

Patrice Lassère<sup>1</sup>

<sup>1</sup>, Université Paul Sabatier, Toulouse

5 juin 2023

**Exercice 0.1** ★ **Une famille totale dans  $l^2(\mathbb{N})$**

[1]

L'espace  $l^2(\mathbb{N})$  des suite réelles de carré sommable est muni du produit scalaire usuel. On fixe  $\alpha \in ]-1, 1[$  et on pose pour tout  $i \in \mathbb{N}^*$  :  $U_i = (\alpha^{ni})_{n \geq 0}$ .

1. Montrer que  $(U_i)_{i \in \mathbb{N}^*}$  est une famille libre de  $l^2(\mathbb{N})$ .
2. Calculer l'orthogonal dans  $l^2(\mathbb{N})$  de  $F := \text{vect}\{U_i, i \in \mathbb{N}^*\}$ .
3. Que peut-on en déduire ?

## Références

- [1] Revue de Mathématiques Supérieure (RMS). e.net et anciennement Vuibert, <http://www.rms-math.com/>.