

# Distribution aléatoire de deux points sur un segment

Patrice Lassère<sup>1</sup>

<sup>1</sup>, Université Paul Sabatier, Toulouse

24 juin 2023

## Exercice 0.1 ★ Distribution aléatoire de deux points sur un segment

(PUTNAM, 1961).

On choisit deux points au hasard et de manière indépendante sur un segment  $I$  de longueur  $d$ . Soit  $0 < l < d$ , quelle est la probabilité que la distance entre ces deux points soit supérieure ou égale à  $l$  ?

**Solution :** Sans perdre de généralité, supposons que  $I = [0, d]$ , et considérons dans  $\mathbb{R}^2$  :

$$\{ (x, y) \in [0, d] \times [0, d] : |x - y| = l \}$$

Parmi tous les cas possibles soit  $[0, d] \times [0, d]$ , les couples  $(x, y)$  qui nous intéressent sont ceux qui se trouvent dans les deux triangles rectangles de sommets respectifs  $(0, l)$ ,  $(0, d)$ ,  $(d - l, d)$  et  $(l, 0)$ ,  $(d, 0)$ ,  $(d, d - l)$  qui se réunissent pour former un carré de côté  $d - l$ .

25025

La probabilité cherchée est donc  $p = \frac{(d - l)^2}{d^2}$ .

## Références