

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit $n \geq 3$ et n vecteurs de l'espace \vec{a}_i vérifiant $\sum_{i=1}^n \vec{a}_i = \vec{0}$. Montrer que

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_j = \sum_{1 \leq i < j \leq n-1} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_j$$

Solution : Puisque la première somme vaut

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^{j-1} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_j \right) = \sum_{j=1}^{n-1} \left(\sum_{i=1}^{j-1} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_j \right) + \sum_{i=1}^{n-1} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_n$$

et que

$$\sum_{i=1}^{n-1} \vec{a}_i \wedge \vec{a}_n = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \vec{a}_i \right) \wedge \vec{a}_n = -\vec{a}_n \wedge \vec{a}_n = \vec{0}$$

on en déduit le résultat.

Références