

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soient quatre vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} de l'espace. Montrer que

$$(\vec{a} \cdot \vec{c}) \times (\vec{b} \cdot \vec{c}) + (\vec{a} \wedge \vec{c}) \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \times \|\vec{c}\|^2$$

Solution : Calculons

$$\begin{aligned}(\vec{a} \wedge \vec{c}) \times (\vec{b} \wedge \vec{c}) &= \det(\vec{a}, \vec{c}, \vec{b} \wedge \vec{c}) \\ &= \det(\vec{c}, \vec{b} \wedge \vec{c}, \vec{a}) \\ &= [\vec{c} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c})] \cdot \vec{a} \\ &= [\|\vec{c}\|^2 \vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c}) \vec{c}] \cdot \vec{a} \\ &= \|\vec{c}\|^2 \vec{a} \cdot \vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{c})\end{aligned}$$

Références