

Trois exercices sur les polynômes

Patrice Lassère¹

¹, Université Paul Sabatier, Toulouse

27 mai 2023

Exercice 0.1 ★ **Trois exercices sur les polynômes**

[1], 2003/04.

1. Soit $P \in \mathbb{C}[X]$, P non constant et E un sous-ensemble fini de \mathbb{C} . Montrer que

$$|P^{-1}(E)| \geq (|E| - 1) \deg P + 1.$$

2. Soit $P \in \mathbb{C}[X]$, de degré $d \geq 1$. On note $n(z)$ le nombre de racines de l'équation $P(x) = z$. Donner une expression de

$$\sum_{z \in \mathbb{C}} (d - n(z)).$$

3. Soit $P(X, Y)$ un polynôme réel de deux variables. On suppose P de degré au plus m en X et au plus n en Y . Montrer que la fonction de variable réelle $x \mapsto P(e^x, x)$ admet au plus $mn + m + n$ zéros.

Références

- [1] Revue de Mathématiques Supérieure (RMS). e.net et anciennement Vuibert, <http://www.rms-math.com/>.