

Pas de titre

François Capaces¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and Alain Soyeur³

¹,

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

³Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

26 mars 2023

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère deux vecteurs (\vec{a}, \vec{b}) de l'espace. Résoudre l'équation vectorielle

$$\vec{x} + \vec{a} \wedge \vec{x} = \vec{b}$$

Solution : Soit \vec{x} une solution. En prenant le produit scalaire avec \vec{a} , on trouve que

$$\vec{a} \cdot \vec{x} = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

En prenant le produit vectoriel avec \vec{a} , et en utilisant la formule du double produit vectoriel, on obtient

$$\vec{a} \wedge \vec{x} + (\vec{a} \cdot \vec{x}) \vec{a} - \|\vec{a}\|^2 \vec{x} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

d'où l'on tire (remplacer $\vec{a} \wedge \vec{x}$ par $\vec{b} - \vec{x}$ et $\vec{a} \cdot \vec{x}$ par $\vec{a} \cdot \vec{b}$) que :

$$\vec{x} = \frac{1}{1 + \|\vec{a}\|^2} [\vec{b} - \vec{a} \wedge \vec{b} + (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{a}]$$

On vérifie réciproquement en utilisant la formule du double produit vectoriel que ce vecteur est solution.

Références