

Identité de Jacobi

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Identité de Jacobi

On rapporte l'espace à une base orthonormale directe. Soient quatre vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} de l'espace.

1. Montrer l'identité de Jacobi :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) + \vec{b} \wedge (\vec{c} \wedge \vec{a}) + \vec{c} \wedge (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \vec{0}$$

2. Montrer que

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot (\vec{c} \wedge \vec{d}) = \begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{c} & \vec{a} \cdot \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{c} & \vec{b} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$$

3. Montrer que

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge (\vec{c} \wedge \vec{d}) = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}) \vec{c} - \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \vec{d}$$

Solution :

Références