Trifolium

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Trifolium***

Tracer la courbe polaire $\rho = \cos(3\theta)$.

Solution :

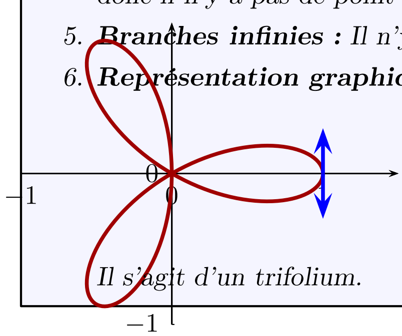
1. **Domaine de définition de ρ :** *ρ est définie sur $\mathbb{R}$.*
2. **Restriction de l'intervalle d'étude :** *Soit $\theta \in \mathbb{R}$.*

   — *$\rho(\theta + 2\pi/3) = \rho(\theta)$, donc $M(\theta + 2\pi/3)$ est l'image du point $M(\theta)$ par la rotation de centre 0 et d'angle $2\pi/3$. Il suffit de faire l'étude sur un intervalle de la forme $[\alpha, \alpha + 2\pi/3]$;*

   — *$\rho(\theta+\pi/3) = -\rho(\theta)$, donc le point $M(\theta+\pi/3)$ est l'image du point $M(\theta)$ par la rotation d'angle $-2\pi/3$. Il suffit de faire l'étude sur un intervalle de longueur $\pi/3$;*

   — *$\rho(-\theta) = \rho(\theta)$, donc le point $M(-\theta)$ est le symétrique du point $M(\theta)$ par rapport à l'axe Ox.*

   On fait donc l'étude sur $[0, \pi/6]$, et on complète la courbe par symétrie par rapport à $(0x)$, puis par rotations d'angle $-2\pi/3$.
3. **Variations :** *La fonction ρ est décroissante sur $[0, \pi/6]$ et s'annule en $\pi/6$. Comme ρ' s'annule en 0, la courbe présente une tangente orthoradiale en $\theta = 0$.*
4. **Points stationnaires :** *Le passage au pôle est un point ordinaire car ρ change de signe donc il n'y a pas de point stationnaire.*
5. **Branches infinies :** *Il n'y a pas de branche infinie.*
6. **Représentation graphique :**



Il s'agit d'un trifolium.

Références