

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

20 janvier 2022

## Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Démontrer que la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 167 & 72 & 152 & 396 & 82 & 670 & 742 & 160 \\ 54 & 315 & 116 & 262 & 764 & 128 & 808 & 784 \\ 338 & 146 & 83 & 418 & 804 & 468 & 504 & 312 \\ 658 & 268 & 114 & 203 & 622 & 98 & 580 & 566 \\ 290 & 590 & 258 & 110 & 805 & 58 & 512 & 346 \\ 226 & 994 & 294 & 572 & 744 & 93 & 288 & 8 \\ 392 & 698 & 594 & 372 & 416 & 340 & 343 & 702 \\ 968 & 274 & 110 & 674 & 260 & 646 & 608 & 217 \end{pmatrix}$$

est inversible.

**Solution :** Soit  $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 8 \\ 1 \leq j \leq 8}}$  et  $I_8 = (a'_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 8 \\ 1 \leq j \leq 8}}$ .

On a  $\forall 1 \leq i, j \leq 8, a_{ij} \equiv a'_{ij} \pmod{2}$  et

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}(n)} \varepsilon(\sigma) a_{\sigma(1),1} \dots a_{\sigma(n),n} \equiv \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}(n)} \varepsilon(\sigma) a_{\sigma(1),1} \dots a'_{\sigma(n),n} \equiv \det(I_8) \equiv 1 \pmod{2}.$$

Donc  $\det(A)$  est impair, et donc non nul. Par suite,  $A$  est inversible.

Les amateurs de calcul à la main doivent savoir que  $\det(A) = -3060949331422362741897$  avant de s'engager dans cette voie.

## Références