Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★★ ***Pas de titre***

Montrer que pour toute permutation $\sigma \in \mathfrak{S}(5)$, *il existe* $k \in [\![1, 6]\!]$ *tel que* $\sigma^k = \mathrm{id}$.

Solution : *Décomposons une permutation* σ *en produit de cycles à supports disjoints. Les cycles possibles sont de longueur* $2, 3, 4, 5$. *Puisque les supports des cycles sont disjoints dans* $[\![1, 5]\!]$, *il n'y a que les possibilités suivantes :* $\sigma = \mathrm{id}$, $\sigma = c_2$, $\sigma = c_3$, $\sigma = c_4$, $\sigma = c_5$, $\sigma = c_2 \circ c_2'$, $\sigma = c_2 \circ c_3$, *où* c_l *désigne un cycle de longueur* l *pour lequel* $c_l^l = \mathrm{id}$. *On vérifie que dans tous les cas, il existe* $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *tel que* $\sigma^k = \mathrm{id}$.

Références