Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

25 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Déterminer une équation normale et une équation polaire des droites d'équation cartésienne :

1. $y = \sqrt{3}x$
2. $x + y + 2 = 0$
3. $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$

Solution :

1. *L'équation normale de la droite d'équation* $y = \sqrt{3}x$ *est* $\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y = 0$. *Si* (r, θ) *est un couple de coordonnées polaires pour* (x, y), *on a :* $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ *et* $r\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta - \frac{1}{2}r\sin\theta = 0$, *ce qui amène :* $r\cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = 0$ *c'est-à-dire* $\boxed{\theta = \frac{\pi}{3}\ [\pi]}$.
2. *De la même façon, l'équation normale de la droite d'équation* $x + y + 2 = 0$ *est* $\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \sqrt{2} = 0$, *ce qui s'écrit encore :* $x\cos\frac{\pi}{4} + y\sin\frac{\pi}{4} + \sqrt{2} = 0$. *On a donc :* $r\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = -\sqrt{2}$. *Une équation polaire de la droite est alors :* $r = \dfrac{\sqrt{2}}{\cos\left(\pi - \frac{\pi}{4} + \theta\right)}$, *c'est-à-dire :* $\boxed{r = \frac{\sqrt{2}}{\cos\frac{3\pi}{4} + \theta}}$
3. *Par la même méthode, on trouve pour l'équation normale* $\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{1}{2} = 0$ *et pour l'équation polaire* $\boxed{r = \frac{1}{2\cos\frac{\pi}{3} - \theta}}$.

Références