

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Trouver les fonctions $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ de classe \mathcal{C}^1 vérifiant

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

Solution : Soit une telle fonction f . Elle est de classe \mathcal{C}^2 et en dérivant, elle doit vérifier :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f''(x) = -f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -f(x)$$

Par conséquent, il existe $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ tels que

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = A \cos x + B \sin x$$

En reportant dans l'équation, on trouve que $A = 0$ et donc que $f(x) = B \sin x$. On vérifie réciproquement que $\forall B \in \mathbb{R}$, cette fonction convient.

Références