Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

28 décembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

On considère l'équation différentielle

$$(E) \ : 3y^2(y''+y')+6yy'^2+y^3=e^{-x}$$

On considère une solution y de (E). Déterminer un entier $n \in \mathbb{N}$ tel que la fonction y^n soit solution d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Trouver alors une solution de (E).

Solution : *Pour $n=3$,*

$$z=y^3,\ z'=3y^2y',\ z''=6yy'^2+3y^2y''$$

et par conséquent, z vérifie l'équation différentielle

$$z''+z'-z=e^{-x}$$

En résolvant, il existe $(A,B) \in \mathbb{R}^2$ tels que

$$z(x)=e^{-x}+A\operatorname{ch}\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}x\right)+B\operatorname{sh}\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}x\right)$$

Références