

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

30 novembre 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Résoudre en fonction de $m \in \mathbb{R}$:

$$(E_m) \quad y'' - 2y' + my = \cos x$$

Solution : On note \mathcal{S}_m l'ensemble solution de cette équation différentielle. Le discriminant réduit de l'équation caractéristique vaut $1 - m$. On est donc conduit à étudier les trois cas :

1. Si $m < 1$, on trouve $\mathcal{S}_m = \left\{ x \mapsto \frac{m-1}{(m-1)^2+4} \cos x - \frac{2}{(m-1)^2+4} \sin x + A \operatorname{ch}((1+\sqrt{1-m})x) + B \operatorname{sh} \sqrt{1-m}x \mid A, B \in \mathbb{R} \right\}$
2. Si $m = 1$, on trouve $\mathcal{S}_m = \left\{ x \mapsto -\frac{\sin x}{2} + Ae^x + Bxe^x \mid A, B \in \mathbb{R} \right\}$
3. Si $m > 1$, on trouve $\mathcal{S}_m = \left\{ x \mapsto \frac{-2 \sin x + (m-1) \cos x}{(m-1)^2+4} + e^x (A \cos((\sqrt{m-1})x) + B \sin((\sqrt{m-1})x)) \mid A, B \in \mathbb{R} \right\}$.

Références