

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Résoudre pour un entier $n \geq 1$ l'équation différentielle :

$$(E_n) : y' + \frac{nx}{x+1}y = (x+1)^n e^x$$

sur l'intervalle $I =]-1, +\infty[$.

Solution : L'ensemble des solutions de l'équation homogène est

$$\mathcal{S}_H = \{x \mapsto Ce^{-nx}(x+1)^n ; C \in \mathbb{R}\}$$

On cherche une solution particulière sous la forme

$$y(x) = C(x)e^{-nx}(x+1)^n$$

et la méthode de la variation de la constante donne

$$C'(x) = e^{(n+1)x}$$

Une solution particulière est

$$y(x) = \frac{(x+1)^n e^x}{n+1}$$

L'ensemble des solutions est donc

$$\mathcal{S} = \left\{x \mapsto \frac{e^x(x+1)^n}{n+1} + Ce^{-nx}(x+1)^n ; C \in \mathbb{R}\right\}$$

Références