Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

30 juin 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Résoudre sur les intervalles spécifiés les équations différentielles suivantes :

1. $y' + y\,\mathrm{cotan}\,x = \sin x$ *sur* $]0,\pi[$.
2. $xy' + y = \sin^3 x$ *sur* $\mathbb{R}_-^*$.
3. $x\left(1+\ln^2 x\right)y' - 2\ln x\ y = \left(1+\ln^2 x\right)^2$.
4. $\sin x\ y' - \cos x\ y + 1 = 0$ *sur* $]0,\pi[$.
5. $y' + (\tan x)\,y = \cos^3 x$ *sur* $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$
6. $\sqrt{1-x^2}y' + y = 1$ *sur* $]-1,1[$.

Solution : *Après avoir normalisé si nécessaire l'équation différentielle étudiée et vérifié que l'équation normalisée est définie sur l'intervalle spécifié, on résout l'équation homogène associée puis on cherche, si nécessaire, une solution particulière en utilisant la méthode de variation de la constante.*

1. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1/2\,x - 1/4\,\sin(2\,x)+\alpha}{\sin(x)}; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
2. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1/12\,\cos(3\,x) - 3/4\,\cos(x)+\alpha}{x}; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
3. $\varphi_\alpha : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \left(1+\ln^2 x\right)(\alpha + \ln x); \quad \alpha \in \mathbb{R}$
4. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{\sin(x)}{\tan(x)} + \alpha \sin(x) = \cos x + \alpha \sin x; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
5. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \cos(x)\,(1/4\,\sin(2\,x) + 1/2\,x + \alpha); \quad \alpha \in \mathbb{R}$
6. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 1 + \alpha e^{-\arcsin(x)}; \quad \alpha \in \mathbb{R}$

Références