Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. $(2+\cos x)\, y' + \sin x\ y = (2+\cos x)\sin x$.
2. $y' - y = e^x \sin 2x$.
3. $(1+e^x)\, y' + e^x\ y = 1 + e^x$.
4. $\operatorname{ch} x\ y' - \operatorname{sh} x\ y = \operatorname{sh}^3 x$.
5. $\left(1+\cos^2 x\right) y' - \sin 2x\ y = \cos x$
6. $\left(x^2+1\right) y' + xy = 1$
7. $y' - \frac{\operatorname{sh} x}{1+\operatorname{ch} x} y = \operatorname{sh} x$.

Solution : *Après avoir normalisé si nécessaire l'équation différentielle étudiée et vérifié que l'équation normalisée est définie sur $\mathbb{R}$, on résout l'équation homogène associée puis on cherche une solution particulière en utilisant la méthode de variation de la constante.*

1. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto (2+\cos x)\,(\alpha - \ln(2+\cos x)); \quad \alpha \in \mathbb{R}$
2. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto -1/2\, e^x \cos(2\,x) + \alpha e^x; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
3. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \dfrac{\alpha + x + e^x}{1+e^x}; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
4. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \operatorname{ch} x \left(\alpha + \operatorname{ch} x + \frac{1}{\operatorname{ch} x}\right); \quad \alpha \in \mathbb{R}$
5. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto -1/2\, e^x \cos(2\,x) + \alpha e^x; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
6. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{\operatorname{argsh}(x)+\alpha}{\sqrt{1+x^2}}; \quad \alpha \in \mathbb{R}$
7. $\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto (1+\operatorname{ch} x)\,(\alpha + \ln(1+\operatorname{ch} x)); \quad \alpha \in \mathbb{R}$

Références