Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

30 juin 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. $(1+x^2)y'+2xy=e^x+x$.
2. $\left(1+x^2\right)y'+xy=\sqrt{1+x^2}$
3. $y'+2xy=e^{x-x^2}$.
4. $\left(1+x^2\right)y'=xy+\left(1+x^2\right)$.
5. $y'+2xy=2xe^{-x^2}$.
6. $\left(x^2+1\right)^2y'+2x\left(x^2+1\right)y=1$.
7. $\sqrt{1+x^2}y'-y=1$.

Solution : *Après avoir normalisé si nécessaire l'équation différentielle étudiée et vérifié que l'équation normalisée est définie sur $\mathbb{R}$, on résout l'équation homogène associée puis on cherche une solution particulière en utilisant la méthode de variation de la constante si celle-ci n'est pas évidente.*

1. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\frac{e^x+1/2\,x^2+\alpha}{1+x^2};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
2. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\frac{x+\alpha}{\sqrt{1+x^2}};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
3. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\left(e^x+\alpha\right)e^{-x^2};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
4. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto.\left(\operatorname{argsh}(x)+\alpha\right)\sqrt{1+x^2};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
5. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\left(x^2+\alpha\right)e^{-x^2};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
6. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\frac{\arctan(x)+\alpha}{1+x^2};\quad\alpha\in\mathbb{R}$
7. $\varphi_\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto-1+\alpha e^{\operatorname{argsh}x};\quad\alpha\in\mathbb{R}$

Références