

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

28 décembre 2021

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient deux réels  $\alpha > 0, \beta > 0$ . Déterminer la limite de la suite de terme général

$$u_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\alpha n + \beta k}$$

**Solution :** Soit  $n \geq 1$ . Écrivons

$$u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\alpha + \beta k/n}$$

On reconnaît alors une somme de Riemann. Posons  $f : \begin{cases} [0, 1] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto 1/(\alpha + \beta x) \end{cases}$ . Cette fonction est continue sur le segment  $[0, 1]$  et donc  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f(x) dx$ . Reste à calculer cette intégrale :

$$\int_0^1 f(x) dx = [\ln(\alpha + \beta x)]_0^1 = \ln(1 + \alpha/\beta)$$

## Références