

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Étudier la suite de terme général

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

Solution : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On met en évidence le groupement k/n :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1 + \frac{k^2}{n^2}}$$

et on reconnaît une somme de Riemann. Donc $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \boxed{\frac{\pi}{4}}$.

Références