

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

7 avril 2023

## Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Soient deux fonctions  $f$  et  $g$  continues et positives sur l'intervalle  $[0, +\infty[$ . On suppose que

$$\forall x \geq 0, \quad f(x) \leq C + \int_0^x f(t)g(t) dt$$

où  $C$  est une constante strictement positive.

1. Montrer que

$$\forall x \geq 0, \quad f(x) \leq C \exp\left(\int_0^x g(t) dt\right).$$

*C'est le lemme de Gronwall, très utile pour étudier des équations différentielles.*

2. Que peut-on dire si  $f(x) \leq \int_0^x f(t)g(t) dt$  ?

*Indication 0.0 :* Introduire la fonction  $\varphi(x) = C + \int_0^x f(t)g(t) dt$  et calculer sa dérivée.

## Références