

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit une fonction f continue et positive sur le segment $[a, b]$. En utilisant la fonction $F(x) = \int_a^x f(t) dt$, montrer que si $\int_a^b f(t) dt = 0$, alors $\forall x \in [a, b]$, $f(x) = 0$.

Solution : Comme f est continue sur le segment $[a, b]$, d'après le théorème fondamental, f admet une primitive F sur $[a, b]$ s'annulant en a et donnée par : $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Comme f est positive, la fonction F est croissante. Mais d'après l'hypothèse $F(b) = \int_a^b f(t) dt = 0 = F(a)$, donc F est nécessairement constante. On en déduit que f est identiquement nulle sur $[a, b]$.

Références