

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a, b]$. Montrer que :

$$\exists c \in]a, b[, \quad \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = f(c)$$

Indication 0.0 : Poser $\alpha = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$ et introduire la fonction $\varphi : t \mapsto f(t) - \alpha$.

Solution : Posons $\alpha = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$ et considérons $\varphi : t \mapsto f(t) - \alpha$. La fonction φ est définie et continue sur $[a, b]$ et $\int_a^b \varphi dt = \int_a^b f(t) dt - \alpha(b-a) = 0$. Donc φ s'annule en un point $c \in [0, 1]$ et on a $f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$.

Références