

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer

$$I = \int_a^b x \sqrt{(x-a)(b-x)} dx$$

**Solution :** On écrit  $(x-a) + (x-b) = 2x - (a+b)$ .

Or  $\int_a^b ((x-a) + (x-b)) \sqrt{(x-a)(b-x)} dx = \int_a^b (x-a)^{3/2} (b-x)^{1/2} dx - \int_a^b (x-a)^{1/2} (b-x)^{3/2} dx = 0$ .

D'où  $2 \int_a^b x \sqrt{(x-a)(b-x)} dx = (a+b) \int_a^b x \sqrt{(x-a)(b-x)} dx = \frac{\pi}{2} \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$  grâce à l'aire du demi-disque. Le résultat

$$I = \frac{\pi}{16} (a+b)(b-a)^2$$

en découle.

## Références