

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer

$$I = \int \frac{dx}{x\sqrt{6+x-x^2}}$$

Solution : En écrivant $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$,

$$I = \int \frac{dx}{x(3-x)\sqrt{\frac{x+2}{3-x}}}$$

en effectuant ensuite le changement de variables $y = \sqrt{\frac{x+2}{3-x}}$, $x = \frac{3y^3-2}{y^2+1}$ et $3-x = \frac{5}{y^2+1}$,

$$dx = \frac{10y}{(y^2+1)^2} dy,$$

$$I = \frac{2}{3} \int \frac{dy}{y^3 - \frac{2}{3}}$$

et finalement,

$$I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{x+2}{3-x}} - \sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{x+2}{3-x}} + \sqrt{\frac{2}{3}}} \right| + C$$

Références