

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

18 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer

$$\int \frac{x}{(5 - 4x - x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

Solution : Il faut éliminer les racines : $x^2 + 4x - 5 = (x - 1)^2 \frac{x + 5}{x - 1}$. Donc $(5 - 4x - x^2)^{\frac{3}{2}} =$

$$(1 - x)^3 \left(\frac{x + 5}{1 - x} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$= (1 - x)^2 \frac{x + 5}{1 - x} \left(\frac{x + 5}{1 - x} \right)^{\frac{1}{2}}$. Posons $y = \left(\frac{x + 5}{1 - x} \right)^{\frac{1}{2}}$, alors $x = \frac{y^2 - 5}{y^2 + 1}$, $dx = \frac{12y}{(1 + y^2)^2} dy$ et

$1 - x = \frac{6}{y^2 + 1}$. Alors

$$I = \frac{1}{18} \int \frac{y^2 - 5}{y^2} dy$$

et finalement

$$I = \frac{1}{18} \left(\sqrt{\frac{x + 5}{1 - x}} + 5 \sqrt{\frac{1 - x}{x + 5}} \right) + C$$

Références