

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

7 avril 2023

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer

$$\int \frac{x^2 + x + 2}{(x^2 + 2x + 3)^3} dx$$

**Solution :** En écrivant  $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$

$$\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dy}{1 + y^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right) \quad \left(y = \frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)$$

Donc

$$\int \frac{x+1}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+2}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx = -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2 + 2x + 3}$$

et donc

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} \frac{1}{x^2 + 2x + 3} + C$$

## Références