Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Calculer $\int \frac{x^4}{x^2+1} \arctan x \, \mathrm{d}x$.

Solution : *Pour faire disparaître l'arctangente, on intègre par parties. Pour cela, il nous faut une primitive de* $\frac{x^4}{x^2+1}$.

$$\int \frac{x^4}{x^2+1} = \frac{x^3}{3} - x + \arctan x + C$$

Donc

$$\begin{aligned}\int \frac{x^4}{(x+1)^2(x^2+1)} \, \mathrm{d}x &= \left(\frac{x^3}{3} - x + \arctan x\right) \arctan x - \int \left(\frac{x^3}{3} - x + \arctan x\right) \frac{\mathrm{d}x}{x^2+1} \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - x + \arctan x\right) \arctan x - \frac{1}{3} \int \frac{(x^3+x)\,\mathrm{d}x}{x^2+1} - \frac{1}{3} \int \frac{4x\,\mathrm{d}x}{x^2+1} - \int \frac{\arctan x \, \mathrm{d}x}{x^2+1} \\ &= \frac{1}{2}(\arctan x)^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x\right) \arctan x - \frac{x^2}{6} + \frac{2}{3} \ln(x^2+1) + C\end{aligned}$$

Références