

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Calculer $\int_0^1 \frac{t}{(t^4 + t^2 + 1)^2} dt$.

Solution : En posant $t^2 = x$,

$$\int_0^1 \frac{t dt}{(t^4 + t^2 + 1)^2} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^2} = \left[\frac{2 \arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)}{3\sqrt{3}} + \frac{2x+1}{3(x^2+x+1)} \right]_0^1 = \frac{2}{3\sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{9\sqrt{3}}.$$

Références