

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ **Pas de titre**

Calculer $I = \int_0^1 \frac{t^5}{(t^4 + 1)^2} dt$.

Solution : En posant $t^2 = x$,

$$\int_0^1 \frac{t^5 dt}{(t^4 + 1)^2} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

En intégrant par parties, $\begin{cases} u(x) = x & u'(x) = 1, \\ v'(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2} & v(x) = -\frac{1}{2(x^2 + 1)} \end{cases}$

$$\int_0^1 \frac{t^5 dt}{(t^4 + 1)^2} = -\frac{1}{4} \left[\frac{x}{x^2 + 1} \right]_0^1 + \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1} = \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}.$$

Références