

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit un réel $a > 0$. Calculer en utilisant un bon changement de variables, l'intégrale

$$I = \int_{1/a}^a \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$$

Indication 0.0 : Comment laisser les bornes invariantes ?

Solution : On effectue le changement de variables $\begin{cases} t = \frac{1}{x} \\ dt = -\frac{dx}{x^2} \end{cases}$:

$$I = - \int_a^{1/a} \frac{t \ln \frac{1}{t}}{(1+t^2)^2} dt = - \int_{1/a}^a \frac{t \ln t}{(1+t^2)^2} dt = -I$$

et de ce fait $I = 0$.

Références