Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Déterminer les primitives suivantes :

1. $\int \sin^2 x \, dx$
2. $\int \cos^4 x \, dx$
3. $\int \operatorname{sh}^5 x \, dx$
4. $\int \cos^2 x \sin 2x \, dx$
5. $\int \operatorname{ch}^2 x \operatorname{sh}^2 x \, dx$
6. $\int \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x \, dx$.

Solution : *On utilise le procédé de linéarisation des expressions trigonométriques* **??** *page* **??** *et on obtient, pour tout $x \in \mathbb{R}$:*

1. $\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$ *et* $\int \sin^2 x \, dx = \dfrac{x - \sin x \cos x}{2} + C^{te}$
2. $\cos^4 x = \dfrac{\cos 4x}{8} + \dfrac{\cos(2x)}{2} + \dfrac{3}{8}$ *et* $\int \cos^4 x \, dx = -\dfrac{1}{32}\sin 4x - \dfrac{1}{4}\sin 2x + \dfrac{3}{8}x + C^{te}$
3. $\operatorname{sh}^5 x = \dfrac{1}{16}\operatorname{sh} 5x - \dfrac{5}{16}\operatorname{sh} 3x + \dfrac{5}{8}\operatorname{sh} x$ *et* $\int \operatorname{sh}^5 x \, dx = \dfrac{1}{80}\operatorname{ch} 5x - \dfrac{5}{48}\operatorname{ch} 3x + \dfrac{5}{8}\operatorname{ch} x + C^{te}$ *0n peut aussi remarquer que $sh^5 x = sh\, x(ch^2-1)^2$ et que $\int sh^5 x \, dx = \frac{1}{6}(ch^2-1)^3 + C$.*
4. $\cos^2 x \sin 2x = \dfrac{1}{4}\sin 4x + \dfrac{1}{2}\sin 2x$ *et* $\int \cos^2 x \sin 2x \, dx = -\dfrac{1}{16}\cos 4x - \dfrac{1}{4}\cos 2x + C^{te}$. *0n peut aussi remarquer que* $\cos^2 x \sin 2x = 2\sin x \cos^3 x$ *et donc* $\int \cos^2 x \sin 2x \, dx = -\dfrac{1}{2}\cos^4 x + C$.
5. $\operatorname{ch}^2 x \operatorname{sh}^2 x = \dfrac{\operatorname{ch} 4x - 1}{8}$ *et* $\int \operatorname{ch}^2 x \operatorname{sh}^2 x \, dx = \dfrac{\operatorname{sh} 4x}{32} - \dfrac{1}{8}x + C^{te}$
6. *Inutile de linéariser...*$\int \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x \, dx = \dfrac{\operatorname{ch}^2 x}{2} + C^{te}$.

Références