

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{2\pi} \cos^2 x \, dx$

2. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

3. $\int_1^{\text{ch}1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$

4. $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} \, dx$

5. $\int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln x)^2} \, dx$

6. $\int_{1+e}^{1+2e} \frac{x^2}{x-1} \, dx$

Solution :

1. $\int_0^{2\pi} \cos^2 x \, dx = \int_0^{2\pi} \frac{1+\cos 2x}{2} \, dx = \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{2\pi} = \boxed{\pi}$

2. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \left[\arcsin x \right]_0^1 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$

3. $\int_0^{\text{ch}1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx = \left[\text{argch} x \right]_1^{\text{ch}1} = \boxed{1}$

4. $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} \, dx = \left[\frac{\arctan x^2}{2} \right]_0^1 = \boxed{\frac{\pi}{8}}$

5. $\int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln x)^2} \, dx = \left[-\frac{1}{\ln x} \right]_e^{e^2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

6. $\int_{1+e}^{1+2e} \frac{x^2}{x-1} \, dx = \int_0^1 \frac{x^2-1}{x-1} \, dx + \int_0^1 \frac{1}{x-1} \, dx = \left[\frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| \right]_{1+e}^{1+2e} = \boxed{2e + \frac{3}{2}e^2 + \ln 2}$

Références