

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

18 juin 2022

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Résoudre les systèmes suivants à l'aide du déterminant :

$$\begin{cases} x + y & -z = 0 \\ x + 3y & +z = 0 \\ 2x + y & -3z = 0 \\ -x + 2y & +4z = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x + y & +2z = 1 \\ 2x + y & +z = 2 \\ -x - 2y & -5z = -1 \end{cases}$$

**Solution :** Premier système :  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$  et  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$  donc le système est de rang  $\leq 2$ . Comme  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$  le système est de rang 2. On a une droite de solution, l'intersection des deux plans  $x + y - z = 0$  et  $x + 3y + z = 0$ , autrement dit la droite vectorielle engendrée par  $(-2, 1, -1)$ .

Deuxième système :  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -5 \end{vmatrix} = 0$  donc le système est de rang  $\leq 2$ . Comme  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$  le système est de rang 2 et on peut choisir  $x$  comme paramètre. On résout alors en  $y$  et  $z$  le système des deux premières équations en fonction de  $x$ . Soit  $y = 3 - 3x$  et  $z = x - 1$ . On vérifie enfin avec la troisième équation :  $-x - 6 + 6x - 5x + 5 = -1$ .

## Références