Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Résoudre les systèmes suivants à l'aide du déterminant :

$$\left\{\begin{array}{llrr} x+y & -z = & 0 \\ x+3y & +z = & 0 \\ 2x+y & -3z = & 0 \\ -x+2y & +4z = & 0 \end{array}\right. \quad et \quad \left\{\begin{array}{llrr} x+y & +2z = & 1 \\ 2x+y & +z = & 2 \\ -x-2y & -5z = & -1 \end{array}\right.$$

Solution : *Premier système :* $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$ *et* $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ *donc le système est de rang* $\leqslant 2$. *Comme* $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$ *le système est de rang* 2. *On a une droite de solution, l'intersection des deux plans* $x+y-z=0$ *et* $x+3y+z=0$, *autrement dit la droite vectorielle engendrée par* $(-2,1,-1)$.
Deuxième système : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -5 \end{vmatrix} = 0$ *donc le système est de rang* $\leqslant 2$. *Comme* $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ *le système est de rang* 2 *et on peut choisir* x *comme paramètre. On résout alors en* y *et* z *le système des deux premières équations en fonction de* x. *Soit* $y = 3-3x$ *et* $z = x-1$. *On vérifie enfin avec la troisième équation :* $-x-6+6x-5x+5=-1$.

Références