

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

11 mai 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

On considère, pour un paramètre réel m , les sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + my + z = 0 \quad \text{et} \quad mx + y - mz = 0\}$$
$$\text{et} \quad G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - my + z = 0\}$$

1. Déterminer la dimension de F et de G .
2. Discuter suivant les valeurs de m la dimension du sous-espace vectoriel $F \cap G$.

Solution :

1. Que m soit égal à 1 ou non, $\dim F = 1$ car le rang de $\begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m & 1 & -m \end{pmatrix}$ égale 2. $\dim G = 2$.

2. $\begin{vmatrix} 1 & m & 1 \\ m & 1 & -m \\ 1 & -m & 1 \end{vmatrix} = -4m^2$. Si $m = 0$, alors $F \cap G$ est de dimension 1, et de dimension 0 sinon.

Références