# Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

**Exercice 0.1** ★ **Pas de titre**

*Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes :*

1. $\begin{cases} x-y & +z = & 1 \\ 3y & -z = & 2 \\ & 2z = & 8 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-y & +2z = & 1 \\ 2x-3y & +z = & 4 \\ x-3y & -4z = & 5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+2y & +3z = & 1 \\ -x-3y & +5z = & 2 \\ x+y & +z = & -1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} y & +3z = & 0 \\ x+2y & +6z = & 2 \\ 7x+3y & +9z = & 14 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x+2y & +z = & 2 \\ 2x+y & +z = & -1 \\ x-3y & +2z = & -1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-y & +3z = & 1 \\ x+y & -z = & 2 \\ x-2y & +4z = & 1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x-y & +3z = & 0 \\ x+y & +2z = & 0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x+y & -z = & 1 \\ 2x+2y & -2z = & 2 \\ -x-y & +z = & -1 \end{cases}$

***Solution :***

1. *En remontant, on trouve successivement :* $z=4;\ y=2;\ x=-1$.
2. $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & 2z & = & 1 \\ 2x & - & 3y & + & z & = & 4 \\ x & - & 3y & - & 4z & = & 5 \end{array}\right. \begin{array}{l} \\ L_2 \longleftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \longleftarrow L_3 - L_1 \end{array} \left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & 2z & = & 1 \\ & - & y & - & 3z & = & 2 \\ & - & 2y & - & 6z & = & 4 \end{array}\right.$.
   *Les deux dernières équations sont équivalentes. Le système est de rang 2 et compatible. En prenant $z$ comme paramètre, l'ensemble des solutions est* $\{(-5z-1, -3z-2, z) \mid z \in \mathbb{K}\}$.
3. *Système de Cramer :* $\left\{\left(-\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}\right)\right\}$.
4. *Système de rang 2 et compatible.* $\{(2, -3z, z) \mid z \in \mathbb{K}\}$.
5. *Système de Cramer :* $\{(-2, 1, 2)\}$.

6. *Système de rang 2 mais pas compatible. Pas de solution.*
7. $\begin{cases} 2x - y & +3z = & 0 \\ \phantom{2}x + y & +2z = & 0 \end{cases}$ *soit* $\begin{cases} 2x - y & +3z = & 0 \\ 3x & +5z = & 0 \end{cases}$*. Le système est de rang 2, donc compatible.* *En prenant $z$ comme paramètre, l'ensemble des solutions est* $\left\{\left(-\frac{5}{3}z, -\frac{1}{3}z, z\right) \mid z \in \mathbb{K}\right\}$.
8. *Le système est clairement de rang 1 et compatible (on a trois fois la même équation). L'ensemble des solutions est le plan d'équation $x + y - z = 1$.*

## Références