

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Trouver les matrices  $E_{ij}$  de la base canonique de  $\mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$  semblables à une matrice diagonale.

**Solution :** Ce sont celles qui sont déjà des matrices diagonales, c'est-à-dire celles pour lesquelles  $i = j$ . En effet supposons l'espace d'un instant qu'une matrice  $E_{ij}$  soit semblable à une matrice diagonale  $D$  avec  $i \neq j$ . On en déduit que  $0 = E_{ij}^2$  est semblable à  $D^2$ , donc  $D^2 = 0$  donc  $D = 0$  puisque  $D$  est diagonale. Donc le rang de  $D$  égale 0, alors que celui de  $E_{ij}$  égale 1. Comme deux matrices semblables ont même rang, on a une contradiction.

## Références