

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

6 avril 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Pour chacun des sous-ensembles suivants :

1. Montrer que c'est un sous-espace vectoriel de $E = \mathfrak{M}_3(\mathbb{R})$.
2. En donner une base et la dimension.

$$F_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b & a \\ b & -a & b \\ a & -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{et} \quad F_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2a & c-b & a \\ 3b+c & a-b & a+2c \\ a+3c & b & -a-c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

Solution :

$$1. F_1 = \text{Vect} \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right)$$
$$2. F_2 = \text{Vect} \left(\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right)$$

Références