Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

1. *L'ensemble* $E = \{\left(\begin{smallmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right) : a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}$ *muni de la loi de multiplication usuelle des matrices de* $\mathfrak{M}_2(\mathbb{R})$ *est-il un groupe ?*
2. *L'ensemble* $\mathcal{S}_2(\mathbb{R})$ *des matrices symétriques réelles d'ordre* 2 *muni de la loi de multiplication usuelle des matrices de* $\mathfrak{M}_2(\mathbb{R})$ *est-il un groupe ?*

Solution :

1. *Oui.* $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. *On a un groupe abélien.*
2. *Non. Le produit de deux matrices symétriques n'a aucune raison d'être symétrique :* $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. *La loi n'est pas interne.*

Références