Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit l'ensemble

$$\mathcal{J} = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in \mathfrak{M}_2(\mathbb{R}) \;\middle|\; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}.$$

Montrer que, muni de la multiplication usuelle des matrices, $\mathcal{J}$ est un groupe abélien.

Solution : *Soit $J(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$ et $J = J(1)$. On a $J^2 = 2J$ et $J(x)J(y) = 2xyJ = J(2xy)$. On a donc la stabilité et la commutativité. On a aussi $J(x)J(\frac{1}{2}) = J(x)$ donc $J(\frac{1}{2})$ est élément neutre et $J(x)J(y) = J(\frac{1}{2})$ lorsque $2xy = \frac{1}{2}$ soit $y = \frac{1}{4x}$. Tout élément admet bien un symétrique.*

Références