

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

1. Calculer les puissances de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. On pose : $F_0 = 0$; $F_1 = 1$; $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ (suite de Fibonacci) .

Démontrer que pour tous entiers naturels n et p , $F_{n+p} = F_{n+1}F_p + F_nF_{p-1}$.

Solution :

1. Par récurrence, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$.

2. On calcule le coefficient de la 1^{ère} ligne et 2^{ème} colonne de $A^{n+p} = A^n A^p$.

Références