Pas de titre

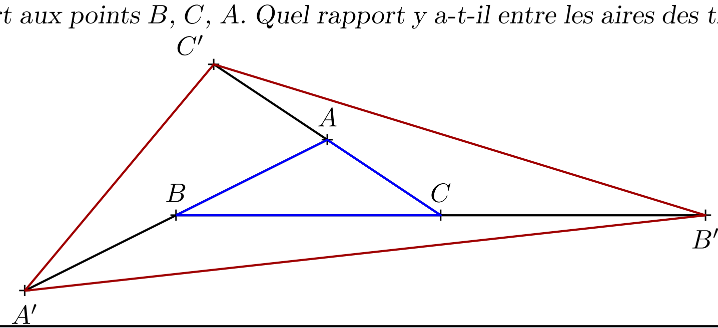
Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

29 juin 2022

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

On considère un triangle (ABC). On note A', B', C' les symétriques respectifs des points A, B, C par rapport aux points B, C, A. Quel rapport y a-t-il entre les aires des triangles $(A'B'C')$ et (ABC) ?



Solution : *L'aire d'un triangle (ABC) est la moitié de l'aire du parallélogramme $\frac{1}{2}\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. En notant $\mathcal{A}$ le double de l'aire du triangle ABC et $\mathcal{A}'$ le double de celle de $A'B'C'$, on calcule en utilisant la relation de Chasles :*

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}' &= \det(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) \\
&= \det(\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AC'}) \\
&= \det(\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}, 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}) \\
&= \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + 4\det(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) - 2\det(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) \\
&= \mathcal{A} + 4\mathcal{A} + 2\mathcal{A} = 7\mathcal{A}
\end{aligned}$$

L'aire du triangle $(A'B'C')$ vaut donc 7 fois l'aire du triangle (ABC).

Références