

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

17 avril 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

On considère la matrice $A \in \mathfrak{M}_2(\mathbb{C})$ donnée par $A = \begin{pmatrix} 1 & 2i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que $A^2 - 2A - I_2 = 0$. On dit que $X^2 - 2X - 1$ est un polynôme annulateur de A .
2. En déduire que A est inversible et calculer son inverse.
3. Retrouver ce résultat par un calcul direct.

Solution :

1. On montre par un calcul direct que $A^2 - 2A - I_2 = 0$.
2. L'égalité précédente amène : $A(A - 2I_2) = I_2$. A est donc inversible et sa matrice inverse est : $\begin{pmatrix} -1 & 2i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$
3. On retrouve ce résultat en utilisant la comatrice ou en passant par un système.

Références