Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

À quelle condition sur le réel a la famille $e = (e_1, e_2, e_3)$:

$$e_1 = (a, 1, 1) \quad e_2 = (1, a, 1) \quad e_3 = (1, 1, a)$$

forme-t-elle une base de $\mathbb{R}^3$?

Solution : La famille e forme une base de $\mathbb{R}^3$ si et seulement si $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} \neq 0$. Ce déterminant vaut : $(a - 1)^2 (a + 2)$. La famille e est donc libre si et seulement si $a \neq 1$ et $a \neq -2$.

Références