

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

2 juillet 2022

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ . Considérons les polynômes  $P_a = (X - a)^2$ ,  $P_b = (X - b)^2$ ,  $P_c = (X - c)^2$ . Déterminer pour quelles valeurs de  $(a, b, c)$  la famille  $\mathcal{P} = (P_a, P_b, P_c)$  forme une base de  $\mathbb{R}_2[X]$  ?

**Solution :** La matrice de la famille  $\mathcal{P}$  dans la base canonique  $(1, X, X^2)$  de  $\mathbb{R}_2[X]$  est  $M = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ -2a & -2b & -2c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Utilisant les déterminants de Vandermonde, on trouve  $\det M = -2(b - a)(c - a)(c - b)$ . La famille  $\mathcal{P}$  forme une base de  $\mathbb{R}_2[X]$  si et seulement si les scalaires  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont deux à deux distincts.

## Références