Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

18 avril 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$. Considérons les polynômes $P_a = (X - a)^2$, $P_b = (X - b)^2$, $P_c = (X - c)^2$. Déterminer pour quelles valeurs de (a, b, c) la famille $\mathcal{P} = (P_a, P_b, P_c)$ forme une base de $\mathbb{R}_2[X]$?

Solution : La matrice de la famille $\mathcal{P}$ dans la base canonique $(1, X, X^2)$ de $\mathbb{R}_2[X]$ est $M = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ -2a & -2b & -2c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Utilisant les déterminants de Vandermonde, on trouve $\det M = -2(b - a)(c - a)(c - b)$. La famille $\mathcal{P}$ forme une base de $\mathbb{R}_2[X]$ si et seulement si les scalaires a , b et c sont deux à deux distincts.

Références